

## تصحيح تمارين : توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية

### تمرين 1

- 1 - جرد القوى المطبقة على S  
 $\vec{P}$  و  $\vec{R}$  و  $\vec{F}$ .
- 2 - نستعمل الطريقة المبيانية  
- نحدد مميزات القوى

| المميزات / القوى | $\vec{P}$      | $\vec{F}$     | $\vec{R}$ |
|------------------|----------------|---------------|-----------|
| الأصل            | G              | A             |           |
| الاتجاه          | الخط الرأسى    | المحور $x'x$  |           |
| المنحى           | نحو مركز الأرض | من x نحو $x'$ |           |
| الشدة            | $P=m.g=5N$     | $F=3N$        |           |

نختار كسلم لتمثيل القوى  $1N \leftrightarrow 1cm$

بما أن الجسم في حالة توازن نطبق شرطي التوازن :

الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$   
وخطوط التأثير متوازية ومتلاقية

من خلال التمثيل المبياني نستنتج أن  $R \approx 3,6N$

3 - وبما أن  $\vec{R}$  غير عمودية على المستوى المائل ، إذن هناك احتكاكات بين السطح المائل والجسم S .

4 - الطريقة المبيانية

نسقط العلاقة المتجهية على المحورين  $x'Gx$  و  $y'Gy$   
فنحصل على المعادلتين التاليتين :

$$P \sin \alpha - F - R \sin \varphi_0 = 0$$

$$-P \cos \alpha + R \cos \varphi_0 = 0$$

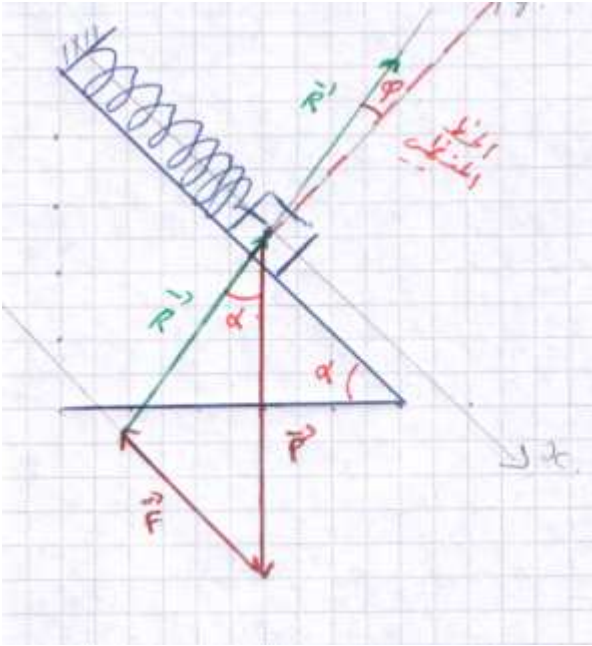
من المعادلتين نستنتج أن

$$R \sin \varphi_0 = -F + P \sin \alpha$$

$$R \cos \varphi_0 = P \cos \alpha$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{-F + P \sin \alpha}{P \cos \alpha} \Leftrightarrow$$

تطبيق عددي  $\tan \varphi_0 = 0,15$  إذن  $\varphi_0 = 8,53^\circ$



### تمرين 2

- 1 - جرد القوى المطبقة على الكرة :

$\vec{P}, \vec{T}, \vec{F}$

الكرة في توازن تحت تأثير ثلاث قوى نطبق شرطي

التوازن  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$

وخطوط التأثير متلاقية ومستوائية

فحسب الخط المضلعي وهو عبارة عن مثلث قائم الزاوية

نطبق علاقة فيثاغورس  $T = \sqrt{F^2 + P^2}$  تطبيق عددي :

$$T = 7,81N$$

2 - الطول الأصلي للنايظ :

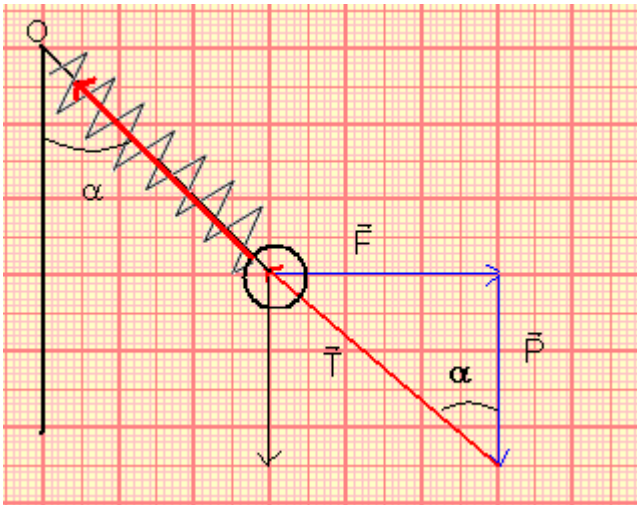
نعلم أن شدة القوة المطبقة من طرف النايظ

$$T = K\Delta l = K(l - l_0)$$

$$T = Kl - Kl_0 \Rightarrow Kl_0 = Kl - T$$

$$l_0 = l - \frac{T}{K}$$

تطبيق عددي :  $K=100N/m$  إذن



( هناك خطأ في المعطيات نأخذ  $K=100N/m$  عوض  $K=50N/m$  )  $\ell_0 = 0,15 - 0,078 = 0,072m$

3 - حساب الزاوية  $\alpha$

نحسب  $\tan \alpha$

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = 1,2$$

$$\alpha = 50,2^\circ$$

### تمرين 3

1 - جرد القوى المطبقة على S

$\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$

2 - استعمال الطريقة التحليلية : نختار معلم متعامد وممنظم مرتبط بمركز الجسم S

ونسقط فيه العلاقة المتجهية  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$  ملاحظة بما أن هناك احتكاكات فإن  $\vec{R}$  غير عمودية على السطح وتكون زاوية  $\varphi$  مع الخط المنظمي .

على  $x'Gx$  :

$$-P \sin \alpha + T \cos \beta - R \sin \varphi = 0$$

على  $y'Gy$

$$-P \cos \alpha + T \sin \beta + R \cos \varphi = 0$$

من العلاقتين نستنتج أن

$$k = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{P \sin \alpha - T \cos \beta}{P \cos \alpha - T \sin \beta}$$

$$k(P \cos \alpha - T \sin \beta) = P \sin \alpha - T \cos \beta$$

$$T(\cos \beta - k \sin \beta) = P \sin \alpha - kP \cos \alpha$$

$$T = P \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta}$$

نستنتج تعبير شدة القوة  $\vec{R}$

نعلم أن  $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$  بحيث أن

$$R_x = R \sin \alpha = -P \sin \alpha + T \cos \beta$$

$$R_y = R \cos \varphi = P \cos \alpha - T \sin \beta \text{ و}$$

نعوض T في المعادلتين فنحصل على :

$$R_x = P \left[ \cos \beta \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta} - \sin \alpha \right] \text{ و}$$

$$R_y = P \left[ \cos \alpha - \sin \beta \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta} \right]$$

$$R = P \sqrt{\left[ \cos \beta \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta} - \sin \alpha \right]^2 + \left[ \cos \alpha - \sin \beta \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta} \right]^2} \text{ إذن}$$

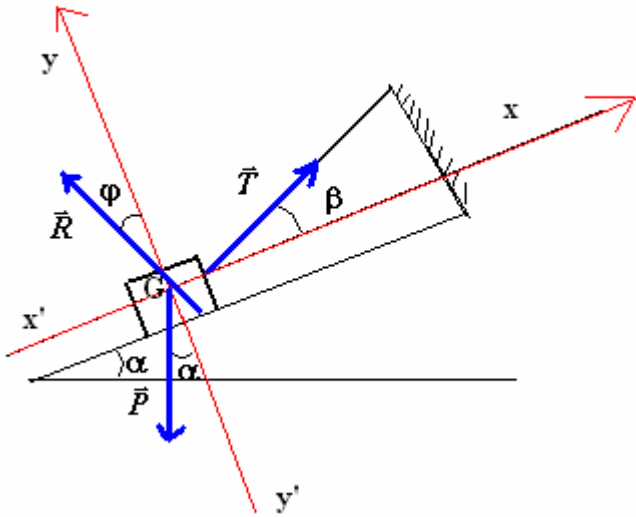
3 - حساب R و T في الحالات التالية :

$\beta = 0^\circ$  عندنا  $\cos \beta = 1$  و  $\sin \beta = 0$

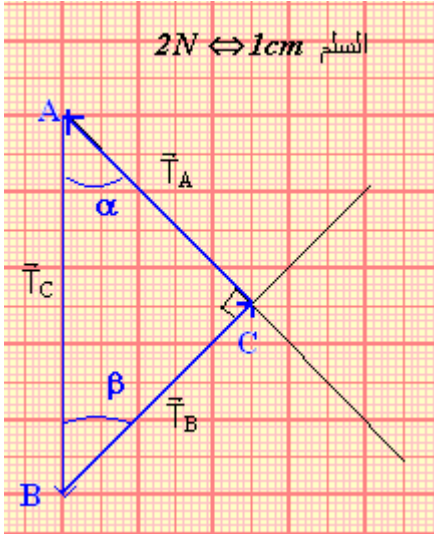
ولدينا  $\alpha = 30^\circ$  أي أن  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  و  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$  و  $k=0,5$  ( يصحح هذا الخطأ في المعطيات )

$$R = 3N \text{ و } T = 0,2N$$

$\beta = \alpha = 30^\circ$  بنفس العمليات الحسابية نحسب T و R



#### تمرين 4



- 1 - باستعمال الطريقة المبيانية نحسب شدة التوترات  $T_A$  و  $T_B$  و  $T_C$ .  
 جرد القوى المطبقة في النقطة O  
 الجسم S في حالة توازن تحت تأثير قوتين  $\vec{P}$  و  $\vec{T}_C$  حسب شرطي التوازن  
 $T_C = P = m \cdot g = 10N$   
 بما أن النقطة O في توازن تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية فإن :  
 $\vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C = \vec{0}$   
 وحسب الشكل فإن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في C

$$T_C = T_A \sqrt{2} \Rightarrow T_A = \frac{T_C}{\sqrt{2}} = 7N$$

$$T_B = 7N \text{ كذلك}$$

- 2 - استعمال الطريقة التحليلية  
 نسقط العلاقة المتجهية على المحورين  $x'Ox$  و  $y'Oy$   
 على  $x'Ox$  :

$$-T_A \cos \beta + T_B \cos \alpha = 0$$

على  $y'Oy$

$$T_A \sin \beta + T_B \sin \alpha - T_C = 0$$

بما أن  $\alpha = \beta = 45^\circ$  فإن  $\cos \alpha = \cos \beta$  و

$$\sin \alpha = \sin \beta$$

$$T_A = T_B \text{ (1) حسب العلاقة}$$

وحسب العلاقة (2)

$$T_A \sqrt{2} = T_C \Rightarrow T_A = \frac{T_C}{\sqrt{2}} = 7N = T_B$$

