

## المستقيم في المستوى

### القدرات المنتظرة

- \* ترجمة مفاهيم و خصائص الهندسة التالغية و الهندسة المتجهية بواسطة الاحداثيات
- \* استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية.

### I- معلم مستوى - احداثنا نقطة - تساوى متوجهين - شرط استقامته متوجهين

#### 1- معلم - احداثنا نقطة

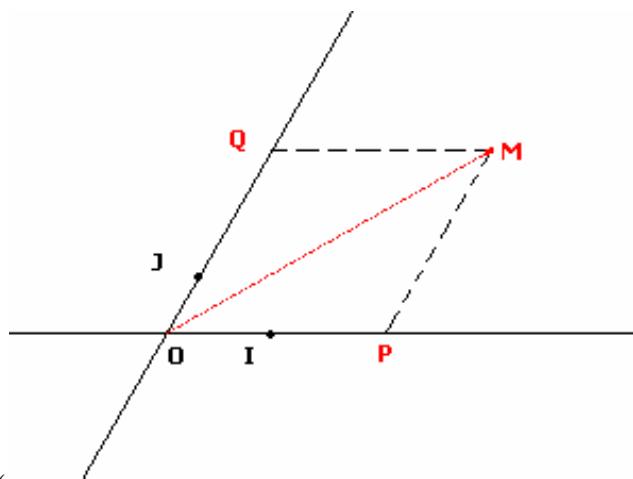
**نشاط** لتكن  $I$  و  $J$  و  $O$  ثلات نقط غير مستقيمية و  $M$  نقطة من المستوى و  $P$  مسقطها على  $(OI)$  بتواءز مع  $(OJ)$  و  $Q$  مسقطها على  $(OI)$  بتواءز مع  $(OJ)$

1- أنشئ الشكل

2- باعتبار  $x$  أقصول  $P$  بالنسبة للمعلم  $(O;I)$  و  $y$  أقصول  $Q$  بالنسبة للمعلم  $(O;J)$

أكتب  $\overrightarrow{OM}$  بدالة  $x$  و  $y$  و  $\overrightarrow{OJ}$  و  $\overrightarrow{OI}$

-----  
1- الشكل



2- لدينا  $P$  مسقط  $M$  على  $(OI)$  بتواءز مع  $(OJ)$  و  $Q$  مسقط  $M$  على  $(OJ)$  بتواءز مع  $(OI)$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$$

ومنه  $(OPMQ)$  متوازي الأضلاع و بالتالي

و حيث أن  $x$  أقصول  $P$  بالنسبة للمعلم  $(O;I)$  و  $y$  أقصول  $Q$  بالنسبة للمعلم  $(O;J)$

$$\overrightarrow{OQ} = y\overrightarrow{OJ} \text{ و } \overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OI}$$

$$\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$$

و بما أن  $I$  و  $J$  و  $O$  ثلات نقط غير مستقيمية فاننا نقول ان الزوج  $(x;y)$  زوج احداثي

$M(x;y)$  أو المعلم  $(O;I;J)$  نكتب  $M(x;y)$  أو المعلم  $(O;I;J)$

#### تعريف 1

\* كل ثلات نقط غير مستقيمية  $I$  و  $J$  و  $O$  تحدد معلما في المستوى نرمز له بـ  $(O;I;J)$  أو

$$(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$$

#### ترميز و مصطلحات

- المستقيم  $(OI)$  يسمى محور الأفاصيل

- المستقيم  $(OJ)$  يسمى محور الأراتيب

- إذا كان  $(OJ) \perp (OI)$  فان  $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$  يسمى معلما متعامدا

- إذا كان  $(OJ) \perp (OI)$  و  $OI = OJ$  فان  $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$  يسمى معلما متعامدا ممنظم.

#### تعريف 2

نقول ان الزوج  $(x;y)$  زوج إحداثي النقاط  $M$  في المعلم  $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$  إذا وفقط إذا كان

$$M(x;y) \text{ نكتب } \overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$$

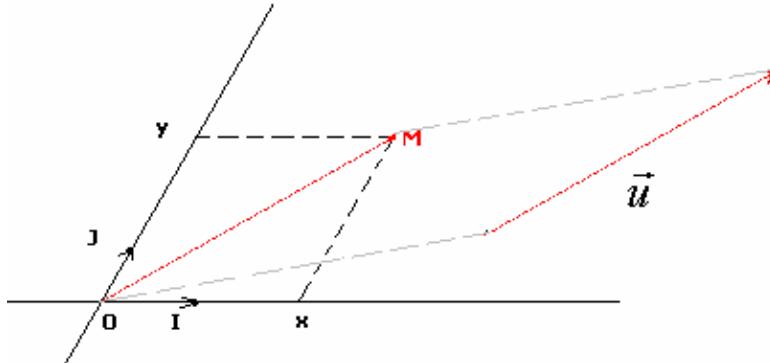
العدد  $x$  يسمى أقصول  $M$

العدد  $y$  يسمى أرتوب  $M$

## أ- احداثنا متوجهة - تساوى متوجهتين

### نشاط

نعتبر المستوى  $(P)$  منسوب إلى معلم  $\left(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}\right)$  و  $\vec{u}$  متوجهة معروفة .  
 أنشئ  $M$  حيث  $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$   
 باعتبار  $M(x; y)$  بالنسبة للمعلم  $\left(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}\right)$  أكتب  $\vec{u}$  بدلالة  $x$  و  $y$



لدينا  $\vec{u} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$  ومنه  $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$   
 الزوج  $(x; y)$  زوج احداثي  $\vec{u}$  نكتب  $\vec{u}(x; y)$

### تعريف

زوج احداثي  $\vec{u}$  في المعلم  $\left(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}\right)$  هو زوج احداثي النقط  $M$  في المعلم  
 حيث  $\vec{u}(x; y)$  نكتب  $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$   
 اذا كان  $M(x; y)$  في المعلم  $\left(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}\right)$  فان زوج احداثي  $\vec{u}$  هو  $(x; y)$  نكتب  $\vec{u}(x; y)$

### خاصية

المستوى منسوب إلى معلم  $\left(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}\right)$ .  
 $\vec{u}(x; y)$  و  $\vec{u}'(x'; y')$  متوجهتان و  $\alpha$  و  $\beta$  عددين حقيقيان  
 زوج احداثي المتوجه  $(\alpha x + \beta x'; \alpha y + \beta y')$  هو  $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$

### ب- تساوى متوجهتين

### خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم  $\left(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}\right)$ ، نعتبر  $\vec{u}(x; y)$  و  $\vec{u}'(x'; y')$  متوجهتين  
 إذا وفقط إذا كان  $x = x'$  و  $y = y'$   $\vec{u} = \vec{u}'$

### تمرين

- في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ ،  
 نعتبر النقط  $A(1; 2)$  و  $B(-3; -1)$  و  $C(3; -2)$  و  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  متوجهتين .
- 1- أنشئ النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و المتجهتين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$
  - 2- حدد زوج احداثي كل من  $\overrightarrow{AC}$  و  $\overrightarrow{AB}$  و  $\frac{1}{2}\vec{v}$
  - 3- حدد زوج احداثي  $D$  حيث  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$  حيث
  - 4- حدد زوج احداثي  $I$  منتصف  $[AB]$

### 3- شرط استقامة متوجهتين

### أ- محددة متوجهتين

## تعريف

لتكن  $(\vec{u}; \vec{v})$  متجهتين  
 العدد  $xy' - x'y$  يسمى محددة المتجهين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  (في هذا الترتيب) نرمز له بـ  $\det(\vec{u}; \vec{v})$  أو  
 $\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$

**مثال** نعتبر  $(\vec{u}; \vec{v})$  و  $(\vec{w}; \vec{v})$  و  $\det(\vec{u}; \vec{v})$  و  $\det(\vec{u}; \vec{w})$

بـ- لتكن  $(x'; y)$  غير منعدمتين

$\vec{u} = k\vec{v}$  و  $\vec{v}$  مستقيميتان تكافئ  $\vec{u}$  \*

$y = ky'$  و  $x = kx'$  تكافئ \*

$xy' - x'y = kx'y' - kx'y = 0$  ومنه

نفترض  $x' \neq 0$  و  $xy' - x'y = 0$

\* نضع  $x = kx'$  ومنه  $\frac{x}{x'} = k$

و وبالتالي  $xy' - x'y = 0$  تكافئ \*

إذن  $\vec{u} = k\vec{v}$

إذا كان  $\vec{u}$  أو  $\vec{v}$  منعدما فان  $0 = 0$

## خاصية

تكون  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مستقيميتين إذا وفقط إذا كان  $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$

تكون  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  غير مستقيميتين إذا وفقط إذا كان  $\det(\vec{u}; \vec{v}) \neq 0$

## مثال

لتكن  $\vec{w} = (-1; \sqrt{2})$  و  $\vec{v} = (1; \sqrt{2} - 1)$  و  $\vec{u} = (\sqrt{2} + 1; 1)$

أدرس استقامية  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  ثم  $\vec{u}$  و  $\vec{w}$

## نطرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

نعتبر النقط  $A(1; 3)$  و  $B(-2; -2)$  و  $C(1; 4)$  و متجهة  $\vec{u} = \vec{AB}$

1- أنشئ النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و المتجهة  $\vec{u}$

2- حدد  $x$  حيث  $\vec{u} = (x - 2; 5)$  و  $\vec{v}$  مستقيميتان

3- بين أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمية

## 4- منظم متجهة

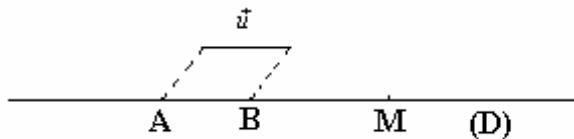
في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ممنظم اذا كان  $(x; y)$  فان  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

## II- المستقيم في المستوى

### 1- مستقيم معرف ب نقطة و متجهة

لتكن  $A$  نقطة و  $\vec{u}$  متجهة غير منعدمة

نحدد  $(D)$  مجموعة النقط  $M$  حيث  $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$



$\overrightarrow{AB} = \vec{u}$  لنضع

\*  $B \in (D)$  لأن  $(D) \neq \emptyset$

\* نعلم أن  $t \in \mathbb{R}$  تكافئ  $M \in (AB)$  ;  $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$

$(D) = (AB)$

(D) يسمى المستقيم المار من A و الموجه بـ  $\vec{u}$

### تعريف

لتكن A نقطة و  $\vec{u}$  متجهة غير منعدمة

مجموعة النقط M حيث  $t \in \mathbb{R}$  هي المستقيم المار من A و الموجه بـ  $\vec{u}$  نرمز له بـ

$D(A; \vec{u})$

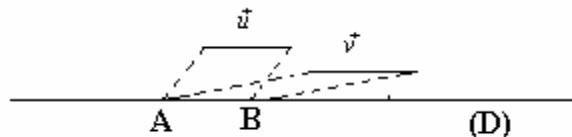
### ملاحظة

لتكن  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  غير منعدمتين

\* إذا كان  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مستقيميتين فان  $D(A; \vec{u}) = D(A; \vec{v})$

\* إذا كان  $B \in D(A; \vec{u})$  فان  $B \in D(A; \vec{v})$

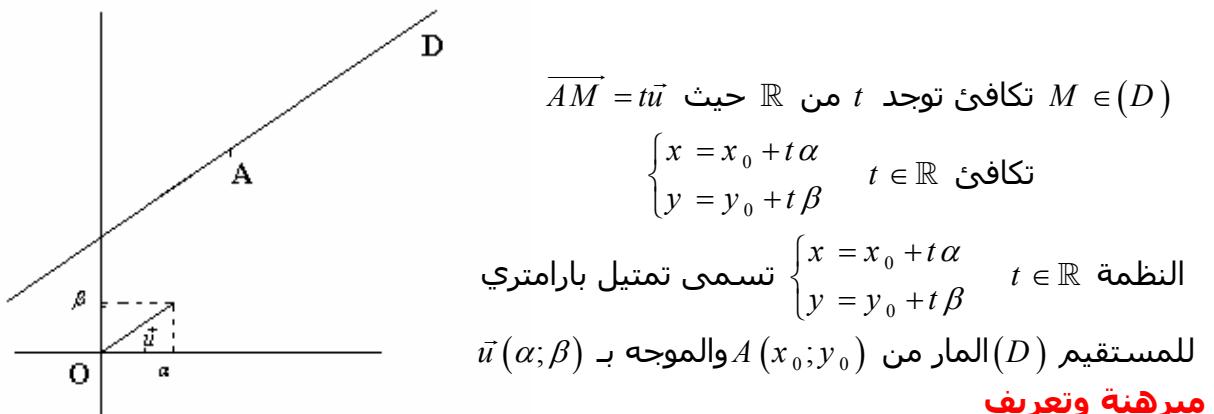
\*  $\overrightarrow{AB}$  موجه للمستقيم  $(AB)$



## 2- تمثيل بارامטרי لمستقيم

في مستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , نعتبر  $(D)$  مستقيم

مار من النقطة  $A(x_0; y_0)$  و الموجه بـ  $\vec{u}(\alpha; \beta)$



### برهنة وتعريف

المستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  و  $\vec{u}(\alpha; \beta)$  متجهة غير منعدمة و  $A(x_0; y_0)$  نقطة.

كل مستقيم  $(D)$  مار من  $A(x_0; y_0)$  و موجه بـ  $\vec{u}(\alpha; \beta)$  له نظمة على شكل

$$\begin{cases} x = x_0 + t\alpha \\ y = y_0 + t\beta \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

النظامة  $\begin{cases} x = x_0 + t\alpha \\ y = y_0 + t\beta \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$  تسمى تمثيل بارامטרי للمستقيم  $(D)$  المار من  $A(x_0; y_0)$  والموجه بـ  $\vec{u}(\alpha; \beta)$

نظامة  $\begin{cases} x = x_0 + t\alpha \\ y = y_0 + t\beta \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

### تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ,

نعتبر النقط  $A(-2; 1)$  و  $B(0; -2)$  و  $C(1; 4)$  و متجهتين  $\vec{u}(-2; 3)$  و  $\vec{v}(4; -6)$ .

لتكن  $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$  تمثيلا بارامتريا لمستقيم  $(\Delta)$

- أنشئ المستقيم  $(D)$  المار من  $A$  و الموجه بـ  $\vec{u}$  و المستقيم  $(\Delta)$
- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(D)$
- ب- أعط ثلاث نقاط تنتمي إلى المستقيم  $(D)$
- ج- هل النقطتين  $B$  و  $C$  تنتميان إلى المستقيم  $(D)$
- 3- أ- بين أن  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مستقيميتان
- ب- حدد تمثيلا بارامتريا لـ  $(C; \vec{v})$ . ماذا تلاحظ
- 4- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(AC)$

### **ملاحظة**

كل مستقيم يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية

### **3- معادلة ديكارتية لمستقيم**

#### **أ- مستقيم معرف بنقطة و متوجه**

في مستوى  $(P)$  منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،

نعتبر  $(D)$  مستقيم مار من النقطة  $(x_0; y_0)$  و  $A(x_0; y_0)$  موجهة له.

لتكن  $(M(x; y))$  نقطة من  $(P)$

تكافئ  $M \in (D)$  و  $\vec{u}$  مستقيميتان

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & \alpha \\ y - y_0 & \beta \end{vmatrix} = 0$$

$$\beta x - \alpha y + \alpha y_0 - \beta x_0 = 0$$

$$c = \alpha y_0 - \beta x_0 ; \quad \beta = a ; \quad -\alpha = b$$

$$(a; b) \neq (0; 0) \text{ حيث } ax + by + c = 0 \quad M \in (D)$$

### **مبرهنة**

في مستوى منسوب إلى معلم

كل مستقيم  $(D)$  له معادلة على شكل  $ax + by + c = 0$  حيث  $(a; b) \neq (0; 0)$

### **\* العكس**

لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  اعداد حقيقية حيث  $(a; b) \neq (0; 0)$

لنحدد  $(D)$  مجموعة النقط  $(M(x; y))$  حيث  $ax + by + c = 0$

لنفرض أن  $a \neq 0$

$$C\left(\frac{-c}{a}; 0\right) \in (D) \quad (D) \text{ غير فارغة لأن}$$

لتكن  $(A(x_0; y_0))$  تنتهي إلى  $(D)$  ومنه  $ax_0 + by_0 + c = 0$

$$c = -ax_0 - by_0$$

وبالتالي  $ax + by + c = 0$  تكافئ  $M(x; y) \in (D)$

$$ax + by - ax_0 - by_0 = 0$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & -b \\ y - y_0 & a \end{vmatrix} = 0$$

تكافئ  $\vec{u}(-b; a)$  و  $\overrightarrow{AM}$  مستقيميتان

$$M \in D(A; \vec{u})$$

### **مبرهنة**

في مستوى منسوب إلى معلم مجموعة النقط  $M(x; y)$  حيث  $ax + by + c = 0$  و  $\vec{u}(-b; a) \neq (0; 0)$  هي المستقيم  $(D)$  الموجه بـ  $\vec{u}$ . المعادلة  $ax + by + c = 0$  حيث  $(a; b) \neq (0; 0)$  تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم  $(D)$  الموجه  $\vec{u}(-b; a)$ .

### تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ممنظم  $A(-2; 1)$  و  $\vec{u}(1; 2)$ .  
لتكن  $2x - 3y + 1 = 0$  معادلة ديكارتية للمستقيم  $(D)$  و  $t \in \mathbb{R}$  تمثيل بaramtri

لمستقيم  
 $(D')$

- 1- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$  مار من  $A$  و موجه بـ  $\vec{u}$ .
- 2- أعط ثلاثة نقاط من المستقيم  $(D)$  و متوجه موجهة له.
- 3- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(D')$ . أنشئ الشكل.

### ملاحظة

\* لكل عدد حقيقي غير منعدم  $k$ ، المعادلتان  $ax + by + c = 0$  و  $akx + bky + kc = 0$  متكافئين، فهما معادلتان لنفس المستقيم.  
\* للمستقيم مالا نهاية من المعادلات المتكافئة.

### ب- حالات خاصة

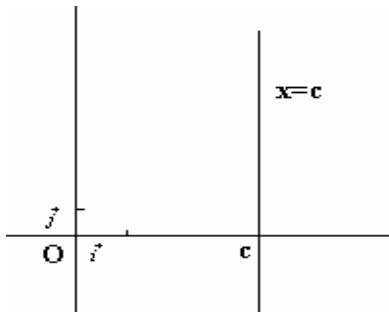
#### \* المستقيم القاطع لمحور المعلم

يقطع مستقيم  $(D)$  محوري معلم في نقطتين مختلفتين  $A(0; b)$  و  $B(a; 0)$  إذا و فقط إذا كان

للمستقيم  $(D)$  معادلة ديكارتية على شكل  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  حيث  $a \neq 0$  و  $b \neq 0$ .

### \* المستقيم الموازي لمحور الأراتيب خاصية

يكون مستقيم مواز لمحور الأراتيب إذا و فقط كان له معادلة من نوع  $x = c$ .

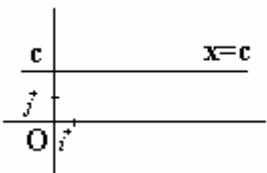


**ملاحظة** ليكن  $(a; b) \neq (0; 0)$

تكون  $ax + by + c = 0$  معادلة مستقيم مواز لمحور الأراتيب إذا و فقط إذا كان  $b = 0$ .

### \* المستقيم الموازي لمحور الأفاصيل خاصية

يكون مستقيم مواز لمحور الأراتيب إذا و فقط كان له معادلة من نوع  $y = c$ .



## \* المستقيم غير الموازي لمحور الأراتيب

(P) مستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$(D) : ax + by + c = 0$$

(D) غير مواز لمحور الأراتيب تكافئ  $b \neq 0$

$$y = \frac{-b}{a}x - \frac{c}{a}$$

$$y = mx + p \quad \text{إذن معادلة (D) تكتب} \quad p = \frac{-c}{b} \quad ; \quad m = \frac{-a}{b}$$

بالعكس نعتبر  $y = mx + p$  معادلة (D)

ومنه  $\det(\vec{u}; \vec{j}) \neq 0$  لدينا (D) لا يوازي معلم (P).

### خاصية

(P) مستوى منسوب إلى معلم

يكون المستقيم (D) غير مواز لمحور الأراتيب إذا وفقط إذا كانت معادلة (D) على شكل

$$y = mx + p$$

العدد  $m$  يسمى المعامل الموجه للمستقيم (D)

المتجهة  $\vec{u}(1; m)$  موجهة لـ (D)

المعادلة  $y = mx + p$  تسمى المعادلة المختزلة للمستقيم (D)

### ملاحظة

إذا كان  $\frac{\beta}{\alpha}$  موجهة لمستقيم غير مواز لمحور الأراتيب فان المعامل الموجه له هو العدد

### تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ,

$$\text{نعتبر النقطة } A(-2; 1) \text{ و } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

1- حدد المعادلة المختزلة للمستقيم (D) المار من  $A$  و معامله الموجه  $\frac{-1}{2}$ .

2- حدد المعامل الموجه للمستقيم (D) ثم معادلته المختزلة.

## III - الأوضاع النسبية لمستقيم - التوازي

$$(D_1) : ax + by + c = 0 \quad ; \quad (D_2) : a'x + b'y + c' = 0$$

$(D_2)$  موجهة لـ  $(D_1)$  و  $\vec{u}'(-b'; a')$  موجهة لـ  $(-b; a)$

$$\det(\vec{u}; \vec{u}') = 0 \quad \text{تكافئ} \quad (D_1) \parallel (D_2)$$

تكافئ  $ab' - a'b = 0$

### مبرهنة 1

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  و  $(a; b) \neq (0; 0)$

$$(D_1) : ax + by + c = 0 \quad ; \quad (D_2) : a'x + b'y + c' = 0$$

نعتبر  $ab' - a'b = 0$  اذا و فقط اذا كان  $(D_1) \parallel (D_2)$

### مبرهنة 2

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  و  $(a'; b') \neq (0; 0)$

$$m = m' \quad \text{اذا و فقط اذا كان } (D_1) \parallel (D_2)$$

### مثال

$$(D_1): 2x - 3y + 4 = 0 ; \quad (D_2): -4x + 6y + 1 = 0$$

هل  $(D_1)$  و  $(D_2)$  منفصلان أم منطبقان

### 2- التقاطع

#### مبرهنة 1

- ليكن  $(P)$  مستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  و  $(D_1): ax + by + c = 0$  و  $(D_2): a'x + b'y + c' = 0$  نعتبر  $ab' - a'b \neq 0$  متتقاطعان إذا و فقط إذا كان  $(D_1)$  و  $(D_2)$  متتقاطعان و زوج إحداثي تقاطعهما هو حل النظمة

#### مبرهنة 2

- ليكن  $(P)$  مستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  و  $m \neq m'$  متتقاطعان إذا و فقط إذا كان  $(D_1)$  و  $(D_2)$  متتقاطعان و زوج إحداثي تقاطعهما هو حل النظمة

$$(D_1): x + 3y - 5 = 0 ; \quad (D_2): 2x + y - 1 = 0$$

تأكد أن  $(D_1)$  و  $(D_2)$  متتقاطعان وحدد تقاطعهما

### 3- التعامد

#### نشاط

- ليكن  $(P)$  مستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  و  $(D_1): ax + by + c = 0$  و  $(D_2): a'x + b'y + c' = 0$  نعتبر  $O$  الموازي ل  $(D_1)$  و المار من  $(D_2)$  ثم تأكد أن  $(\Delta_1) \perp (\Delta_2)$
- ليكن  $(\Delta_1)$  الموازي ل  $(D_1)$  و المار من  $O$  و  $(\Delta_2)$  الموازي ل  $(D_2)$  ثم تأكد أن  $A(-b'; a') \in (\Delta_1)$  و  $A(-b; a) \in (\Delta_2)$
- 1 حدد معادلة ديكارتية لكل من  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  ثم تأكد أن  $A(-b; a) \in (\Delta_1)$  و  $A(-b'; a') \in (\Delta_2)$
- 2 إذا كان  $(D_1) \perp (D_2)$  ، ما طبيعة المثلث  $OAA'$  إذا و فقط إذا كان  $aa' + bb' = 0$
- 3 بين أن  $(D_1) \perp (D_2)$  إذا و فقط إذا كان  $AB^2 = AC^2 + BC^2$

### خاصية

- في مستوى منسوب إلى معلم م.م نعتبر  $(D): ax + by + c = 0$  حيث  $(D'): a'x + b'y + c' = 0$  إذا و فقط إذا كان  $aa' + bb' = 0$  فإذا و فقط إذا كان  $(D) \perp (D')$

### نتيجة

$$(D): y = mx + p \quad (D'): y = m'x + p' \quad mm' = -1$$

إذا و فقط إذا كان  $(D) \perp (D')$

$$(D): -2x + 3y - 1 = 0 \quad (D'): 3x + 2y + 5 = 0$$

نعتبر  $(D)$  و  $(D')$  متعامدان

بين أن  $(D) \perp (D')$

### تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر  $B(-1; 3)$  و  $A(2; 1)$

و  $\vec{u}(2;3)$  مستقيم مار من  $A$  و موجه بـ  
بين أن  $(D) \perp (AB)$

---

### تمرين

ليكن  $ABC$  مثلثاً و  $I$  و  $J$  و  $K$  نقط حيث  $I$  منتصف  $[BC]$  و  $J$  منتصف  $[AC]$  و  $K$  منتصف  $[AB]$ .

ننسن المستوى إلى معلم  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

- 1- حدد إحداثيات النقط  $I$  و  $J$  و  $K$
- 2- بين أن النقط  $I$  و  $J$  و  $K$  مستقيمية
- 3- حدد تمثيلاً بارامترياً للمستقيم  $(IJ)$  ثم حدد معادلة ديكارتية له.

### تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعمد منمنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقطتين  $A(-2;1)$  و  $B(2;4)$  و

$\vec{u}(5;2)$

و  $(D_m) : (m-1)x - 2my + 3 = 0$  و  $(D) : 2x - 3y + 1 = 0$

- 1- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $A$  و الموجه بالتجهيز  $\vec{u}$
- 2- تأكد أن  $(D)$  و  $(\Delta)$  متقاطعان و حدد تقاطعهما.

3- أ- حدد  $m$  حيث  $(D) \parallel (D_m)$

ب- حدد  $m$  حيث  $(D) \perp (D_m)$

- 4- أ- أنشئ المستقيمات  $(D_2)$  و  $(D_1)$  و  $(D_0)$

ب- بين أن جميع المستقيمات تمر من النقطة  $C\left(3; \frac{3}{2}\right)$

### تمرين

نعتبر  $A(10,3)$  و  $B(6,7)$  و  $C(0,2)$

حدد معادلة ديكارتية لكل متوسط للمثلث  $ABC$

حدد زوج إحداثي  $G$  مركز نقل  $ABC$ .

### تمرين

ليكن  $ABCD$  و  $EFGH$  متوازي الأضلاع حيث  $G \in [AD]$  و  $E \in [AB]$  و  $(EF) \parallel (BG)$  و  $(ED) \parallel (CF)$  اما متوازية إما متقاطعة (يمكن اعتبار المعلم

$(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$