

المجموعة الميكانيكية المتذبذبة ومظاهر الطاقة

تمارين

تمرين 1

نعمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g=10\text{m/s}^2$

نعتبر نواسا مرنا رأسيا مكونا من :

– نابض لفاته غير متصله وكتلته مهملة وصلابته $K=40\text{N/m}$ مثبت بحامل .

– جسم صلب S كتلته $m=100\text{g}$ ومركزه G مثبت بالطرف الحر للنابض

1 – أوجد إطالة النابض $\Delta\ell$ عند التوازن بدلالة g, K, m واحسب $\Delta\ell$

2 – نزيح الجسم S رأسيا نحو الأسفل ، عن موضع توازنه المنطبق مع المعلم الفضاء Oz ،

بمسافة $Z_m=4\text{cm}$ ونحرره بدون سرعة بدئية عند لحظة نختارها كأصل للتواريخ .

2 – 1 أوجد باعتمادك على الدراسة التحريكية المعادلة التفاضلية المميزة للحركة

واستنتج طبيعتها .

2 – 2 أكتب المعادلة الزمنية للحركة $z=f(t)$.

2 – 3 بين أن سرعة الجسم S لحظة مروره أول مرة من موضع توازنه تكتب

$$V_1 = -Z_m \sqrt{\frac{K}{m}}$$

أحسب V_1 .

3 – ينفصل الجسم عن النابض لحظة مروره من موضع توازنه في منحنى \vec{k} . أوجد تعبير المعادلة الزمنية

$z=f(t)$ لحركة S في المعلم Oz . نختار لحظة انفصال S عن النابض كأصل للتواريخ .

تمرين 2

نعتبر مجموعة (S) مكونة من كرة متجانسة شعاعها R وكتلتها $m=100\text{g}$ ومن ساق متجانسة لها

نفس المتلة وطولها $\ell=10R$ طرفها الأسفل ملحم بالكرة عند النقطة A . المجموعة (S) قابلة

للدوران حول محور (Δ) أفقي وثابت . عزم قصور المجموعة (S) بالنسبة للمحور (Δ) هو

$$J_{\Delta} = 10^{-2} \text{kg.m}^2$$

نزيح المجموعة عن موضع توازنها المستقر بزاوية $\theta_m = 10^\circ$ ، ثم نحررها بدون سرعة بدئية في اللحظة

$t=0$. نعتبر الاحتكاكات مهملة .

1 – أوجد المعادلة التفاضلية لحركة المجموعة (S) .

2 – حدد طبيعة الحركة ودورها الخاص واكتب المعادلة الزمنية لحركتها .

نعطي : $R=2.5\text{cm}$ ، $g=9.8\text{m/s}^2$

3 – أعط بدلالة الزمن ، تعبير الطاقة الحركية للمجموعة (S) وحدد قيمتها

القصوية.

4 – أستنتج بدلالة الزمن ، تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة (S).

تمرين 3

نعتبر ساقا متجانسة AB كتلتها $M=0,25\text{Kg}$ وطولها $L=0,6\text{m}$ ومركز قصورها

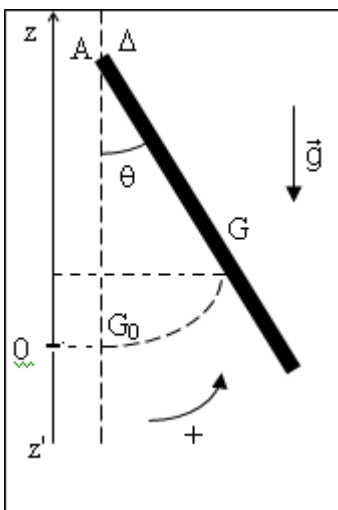
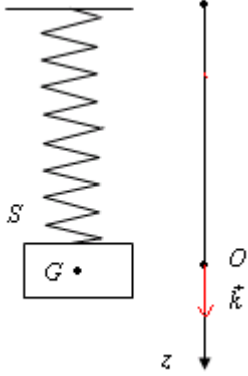
G ، بإمكانها الدوران في مجال الثقالة حول محور Δ أفقي ثابت يمر من طرفها

A . نعلم موضع مركز قصور الساق في كل لحظة بالأفصول الزاوي $\theta(t)$.

ونعطي عزم قصور الساق بالنسبة للمحور Δ

$$J_{\Delta} = \frac{1}{3} ML^2 \text{ و } g = 10\text{m/s}^2$$

نعمل جميع الاحتكاكات خلال هذه الدراسة.



I – الدراسة التحريكية.

نزوح الساق عن موضع توازنها بزاوية θ_m في المنحى الموجب ثم نحررها بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$
1 – أوجد تعبير المعادلة التفاضلية لحركة الساق. ما هي طبيعة الحركة ؟

2 – أوجد حل للمعادلة التفاضلية في حالة التذبذبات ذات وسع

$$\theta_m = \frac{\pi}{30} \text{ rad صغير}$$

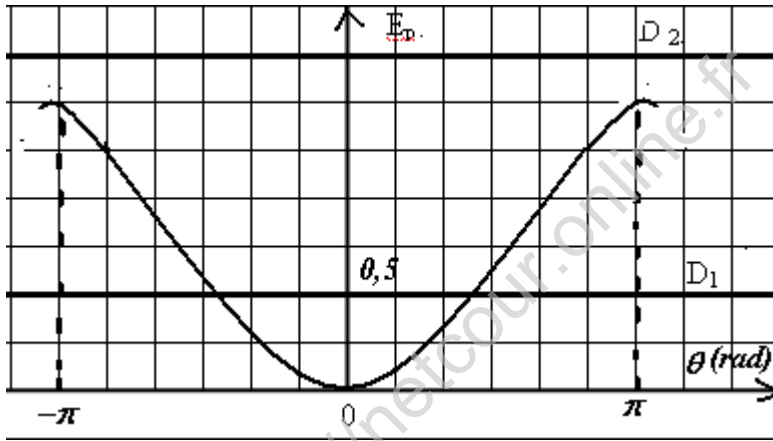
3 – أحسب قيمة الدور T_0 .

II – الدراسة الطاقية

يمثل الشكل جانبه تغيرات طاقة الوضع الثقالية للمجموعة

بدلالة الزاوية θ . نعتبر المستوى الأفقي المار من G_0 مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .

1 – بين أن طاقة الوضع للساق يمكن أن نعبر عنها بالعلاقة التالية : $E_p = MgL \frac{(1 - \cos \theta)}{2}$



خلال حركة الساق حول المحور Δ يمكن إعطاء قيمتين للطاقة الميكانيكية والمتمثلتين في الشكل بالمستقيمين D_1 و D_2 .

الحالة الأولى: يمثل D_1 الطاقة الميكانيكية للمجموعة.

أ – عين السرعة الزاوية للساق أثناء مرورها بموضع التوازن في المنحى الموجب.

ب – عين من خلال المنحى موضع أو مواضع الساق التي تكون فيها قيمة الطاقة

الحركية $E_c = 0, 25 \text{ J}$

الحالة الثانية : يمثل D_2 الطاقة الميكانيكية الجديدة للمجموعة . ما هو شكل مسار مركز القصور G للساق ؟ علل الجواب .

أحسب القيمة الدنوية للسرعة الزاوية θ_1 للساق وقيمتها القصوية θ_2 حينما تدور في المنحى الموجب

تمرين 4

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g = 10 \text{ m/s}^2$.

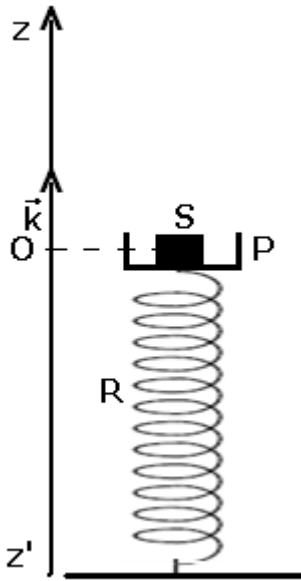
يمثل الشكل جانبه جسم (S) نعتبره كنقطة مادية كتلته $m_1 = 100 \text{ g}$ موضوع على كفة P ذات سمك

صغير جدا وكتلتها $m_2 = 200 \text{ g}$. نثبت عند مركزها O طرف نابض R ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة

، صلابته $k = 300 \text{ N/m}$ يوجد في وضع رأسي الطرف الآخر مثبت على مستوى أفقي ثابت .

توجد المجموعة في حالة توازن حيث ينتمي مركز قصورها G إلى نفس الخط الأفقي المار من O أصل

معلم ثابت (O, \vec{k}) .



- 1 - أوجد الانضغاط $|\Delta \ell|$ للناض بـ m_1 و m_2 و g و k . أحسب $|\Delta \ell|$.
- 2 - عند اللحظة $t = 0$ نقوم بضغط المجموعة $\{S, P\}$ نحو الأسفل بـ $0,2m$ وذلك بإعطائها سرعة بدئية \vec{v}_0 موجهة نحو الأسفل وقيمتها $v_0 = 1,2m/s$ فنحصل على حركة تذبذبية رأسية.
- 2 - 1 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المجموعة $\{S, P\}$ ، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة G .

2 - 2 تقبل المعادلة التفاضلية حلا لها $z(t) = z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ ، استنتج الدور الخاص للحركة وحدد z_m و φ .

3 - الدراسة الطاقية
نختار أصل المعلم كمرجع لطاقة الوضع الثقالية ($E_{pp} = 0$) وطاقة الوضع المرنة ($E_{pe} = 0$).

3 - 1 أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة واستنتج المعادلة التفاضلية لحركة المتذبذب.

3 - 2 أحسب السرعة v عند مرور المجموعة $\{S, P\}$ من النقطة O لأول مرة.

- 3 - 3 بين أن المجموعة ممكن أن تذبذب بوسع z_i أكبر من z دون أن يغادر الجسم (S) الكفة (P) طالما أن قيمة z_i لم تتجاوز قيمة قصوية z_{\max} . أحسب z_{\max} . ما هو استنتاجك؟
- 4 - تجريبيا عندما تمر المجموعة من النقطة O مباشرة ينفصل الجسم (S) عن الكفة. نقبل أن $z < 0$ الجسم (S) يبقى ملتصقا بالكفة و $z > 0$ الجسم (S) ينفصل عن الكفة و $z = 0$ الجسم (S) و الكفة (P) لهما نفس السرعة v .

نضع z_{\max} الارتفاع القصوي الذي يمكن أن يصل إليه الجسم (S) و Z_{\max} الارتفاع القصوي الذي يمكن أن تصل عليه الكفة والناض. أوجد تعبري z_{\max} و Z_{\max} .

تمرين 5

ننجز نواس لي بتعليق قرص عزم قصوره بالنسبة للمحور Δ بطرف سلك فلزي رأسي طوله $L = 0,50m$. الطرف الآخر للسلك مثبت في النقطة O_1 بحيث يكون محوري دوران السلك والقرص منطبقين. يوجد القرص في مستوى أفقي.

1 - أوجد طبيعة حركة القرص وأعط تعبير دوره الخاص T_0 .

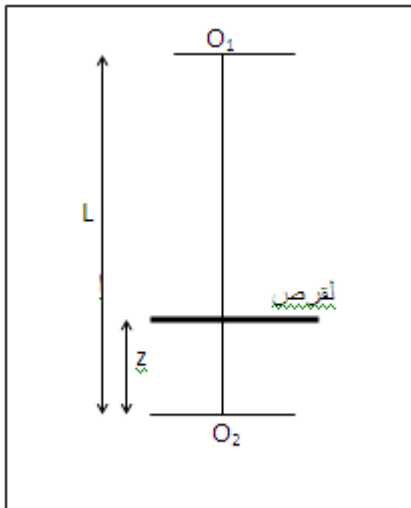
2 - احسب ثابتة لي السلك إذا كان $T_0 = 0,92s$.

3 - نثبت الآن طرفي السلك الذي يبقى رأسي في النقطتين O_1 و O_2 . يوجد مركز قصور القرص على المسافة z من الطرف السفلي O_2 للسلك نهمل سمك القرص بالنسبة لـ z .

أ - أوجد طبيعة حركة النواس الجديد وأعط تعبير دوره T'_0 بدلالة L و T_0 و z . علما أن ثابتة لي السلك تتناسب عكسيا مع طوله.

ب - أحسب T'_0 نعطي $\left(z = \frac{L}{3}\right)$

ج - بين أن الدور T'_0 يبلغ قيمة قصوية T'_{\max} عندما نأخذ z قيمة معينة z_m احسب z_m واستنتج T'_{\max} .



تمرين 6

الناض الحزوني لساعة مماثل لسلك ثابتة ليه $C=4.10^{-5}N.m.rad^{-1}$.
يدير هذا الناض رفاصا له شكل عجلة ، عزم قصورها بالنسبة لمحورها
الثابت هو $J_{\Delta}=4.10^{-6}kg.m$

نبعد الرفاص عن موضع توازنه حيث يكون الناض مرتخيا بإدارته بزواية $\alpha=30^\circ$
ونطلقه بدون سرعة بدئية .

1 - عين السرعة الزاوية القصوية للرفاص .

2 - أحسب الطاقة الحركية وطاقة الوضع للنواس عندما تأخذ الاستطالة

$$\frac{\theta_m}{2}$$

تمرين 7

نثبت في أحد قضيب طوله $l=40cm$ جسما صلبا (A) كتلته $m=10g$ بحيث يمكن اعتباره نقطة
مادية.

يمكن للقضيب أن يدور في مستوى رأسي بدون احتكاك، حول محور Δ أفقي وثابت يمر من
النقطة O .

نهمل كتلة القضيب بالنسبة لكتلة الجسم (A) فنحصل على نواس عزم قصوره بالنسبة للمحور

$$\Delta \text{ هو } J_{\Delta} = m\ell^2$$

1 - نزيح القضيب عن موضع توازنه الرأسي بزواية θ_m ثم نطلقه بدون
سرعة بدئية .

أ - بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك ، برهن على أن حركة الجسم (A)
دائرية جيبية في حالة التذبذبات ذات الوسع الضعيف .

ب - أعط تعبير الدور T لهذا النواس . واحسب قيمة T .

2 - نعتبر المجموعة {الجسم (A) - القضيب، الأرض} .
أ - برهن على أن الطاقة الحركية للمجموعة تساوي الطاقة الحركية
للجسم (A).

ب - أعط تعبير هذه الطاقة بدلالة l, m والسرعة الزاوية θ للقضيب .

ج - أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة بدلالة m و θ و g .

θ : زاوية انحراف القضيب مع وضعه الرأسي.

نختار كمرجع لطاقة الوضع المستوي الأفقي المار من (A) في حالة توازن القضيب.

د - عين تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة بدلالة m و g و θ_m .

3 - نعتبر من جديد القضيب في وضعه الرأسي (التوازن المستقر)، نعطي للجسم (A) سرعة
بدئية أفقية \vec{V}_A منظمها $2m/s$.

أ - بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد الزاوية القصوية لانحراف القضيب بالنسبة لوضعه
الرأسي.

ب - ما السرعة الدنوية التي يجب اعطاؤها للجسم (A) لكي يصل القضيب إلى وضع توازنه غير
المستقر .

ج - صف حركة المتذبذب إذا فاقت السرعة V_A قيمة هذه السرعة الدنوية . نعطي : $g=10m/s^2$

