

## الدارة (R,L,C) المتوالية في النظام الجيبي والقسري . Circuit (R,L,C)en série en régime sinusoïdal forcé

رأينا سابقا أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا مخمدا . عند إضافة مولد كهربائي مركب على التوالي إلى الدارة ويزودها بتوتر متناوب جيبي أي أنه يفرض على المتذبذب نظام متناوب جيبي ، نقول أن الدارة RLC توجد في نظام جيبي قسري .

### I \_ النظام المتناوب الجيبي

#### 1 \_ شدة التيار المتناوب الجيبي

$$i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$$

$I_m$  الوسع أو شدة القصى للتيار .

$$\omega : \text{نبض التيار} = \frac{2\pi}{T}$$

$(\omega.t + \varphi_i)$  : طور التيار في اللحظة t .

$\varphi_i$  : الطور في أصل التاريخ

مثال : عند أصل التواريخ t=0 شدة التيار قصوية  $i(t)=I_m$  أي أن  $\varphi_i = 0 \Rightarrow \cos \varphi_i = 1$  وبالتالي

$$i(t) = I_m \cos \omega.t$$

الشدة الفعالة I للتيار :

تقاس الشدة الفعالة I للتيار بواسطة جهاز الأمبيرمتر وتربطها بالشدة القصوى للتيار العلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

#### 2 \_ التوتر المتناوب الجيبي

التوتر اللحظي  $u(t)$

التوتر المتناوب الجيبي دالة جيبيية للزمن :

$$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$$

$U_m$  الشدة القصوى للتوتر  $u(t)$  وهي تقاس بواسطة جهاز راسم التذبذب .

$$\omega : \text{نبض التوتر اللحظي} u(t) = \frac{2\pi}{T}$$

$(\omega.t + \varphi_u)$  : طور التوتر في اللحظة t .

$\varphi_u$  : الطور في أصل التاريخ t=0

مثال عند أصل التواريخ t=0 عندنا  $u(t)=U_m=U_m \cos \varphi_u$  وبالتالي أن  $\varphi_u = 0$

$$u(t) = U_m \cos \omega.t$$

التوتر الفعال U

يقاس التوتر الفعال U بواسطة جهاز الفولطمتر ، وتربطه بالتوتر الأقصى العلاقة :

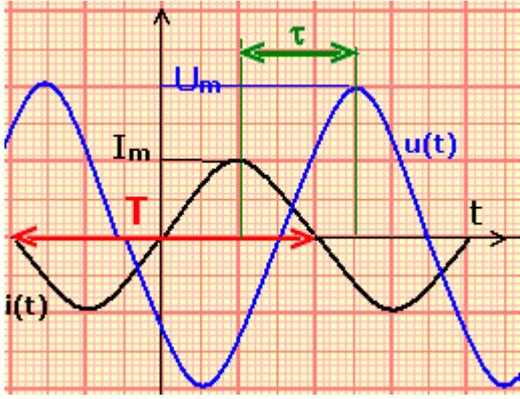
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

#### 3 \_ مفهوم الطور

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبيين :

$$i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i) \text{ و } u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$$

نسمي طور الدالة  $u(t)$  بالنسبة للدالة  $i(t)$  :  $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$



وطور الدالة  $i(t)$  بالنسبة للدالة  $u(t)$   $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$  و  $\varphi_{u/i}$  و  $\varphi_{i/u}$  تقيس تقدم وتأخر طور الدالة  $u(t)$  بالنسبة  $i(t)$  ونعبر عنه بالرديان .

$\varphi_{u/i} > 0$  نقول أن  $u(t)$  متقدمة في الطور على  $i(t)$

$\varphi_{u/i} < 0$  نقول أن  $u(t)$  متأخرة في الطور على  $i(t)$

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2}$  نقول أن  $u(t)$  و  $i(t)$  على تربع في الطور . ونفس

الشيء بالنسبة  $\varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u/i} = \pi$  نقول أن  $u(t)$  و  $i(t)$  على تعاكس في الطور .

كيف نحدد قيمة  $\varphi$  ؟

لتبسيط الدراسة نختار  $\varphi_i = 0$  أي أن  $\varphi = \varphi_u$  فتصبح العلاقة  $i(t) = I_m \cos \omega t$  و

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow u(t) = U_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{\varphi}{\omega}\right)\right) = U_m \cos(\omega(t + \tau))$$

يوافق الطور  $\varphi = \varphi_u$  للطور  $u(t)$  بالنسبة للتيار  $i(t)$  ، المدة الزمنية  $\tau$  . حيث  $\tau = \frac{\varphi}{\omega}$

يسمى  $\tau$  الفرق الزمني بين منحنى  $u(t)$  و  $i(t)$  .  
يمكن قياس  $\tau$  على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور  $\varphi$  .

## II - دراسة دائرة RLC متوالية في نظام جيبي قسري .

### 1 - النشاط التجريبي 1 : معاينة التوتر $u(t)$

بين مربطي الدارة RLC و  $i(t)$  بدلالة الزمن .  
نجز التركيب الكهربائي جانبه ، حيث نضبط مولد التردد المنخفض على توتر متناوب جيبي قيمته القصوى  $U_m = 2V$  وعلى التردد  $N = 100Hz$  .  
نعين بواسطة راسم التذبذب التوتر  $u_R(t)$  بين مربطي الموصل الأومي ، والتوتر  $u(t)$  بين مربطي الدارة RLC .

نقيس بواسطة أمبير متر الشدة الفعالة  $I$  للتيار المار في الدارة ، ونقيس بواسطة فولطمتر التوتر الفعال  $U$  بين مربطي الدارة RLC .  
استثمار :

يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي :

$$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$$

فيظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته  $i(t) = I_m \cos \omega t$  يمثل التيار  $i(t)$  استجابة الدارة

RLC المتوالية للإثارة التي يفرضها المولد ذي تردد منخفض .

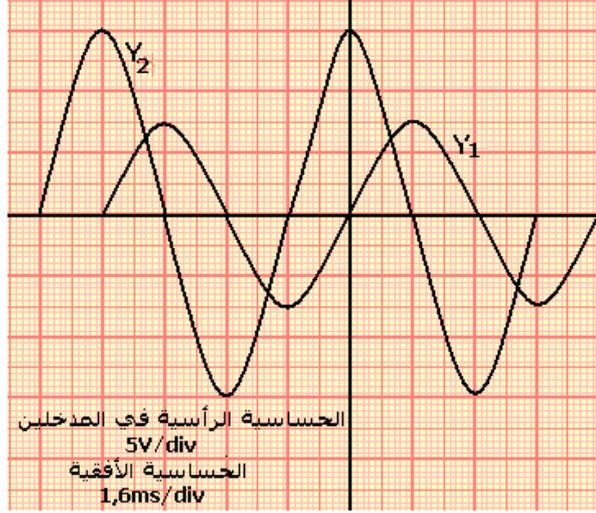
نسمي الدارة RLC المتوالية **الرنان** والمولد **المنير**

يمكن المدخلان  $Y_1$  و  $Y_2$  لراسم التذبذب من معاينة التوتر  $u_R(t)$  بين مربطي الموصل الأومي والتوتر  $u(t)$  المطبق بين مربطي الدارة RLC .

1 - فسر لماذا تمكن معاينة التوتر  $u_R(t)$  من معاينة تغيرات شدة التيار اللحظية  $i(t)$  .

حسب قانون أوم لدينا  $u_R(t) = Ri(t) \Rightarrow i(t) = \frac{1}{R}u(t)$  مما يدل على أن المنحنى المعين على المدخل  $Y_1$  يتناسب اطرادا مع  $i(t)$ .

2 - أحسب شدة التيار القصوى  $I_m$ ، ثم تحقق من العلاقة  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ .



3 - عين القيمة القصوى  $U_m$  للتوتر  $u(t)$ ، ثم تحقق من

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \text{ : العلاقة}$$

4 - هل لمنحنيي الرسم التذبذبي :

- نفس الوسع ؟ نفس التردد ؟ نفس الطور ؟

- نقول أن الدارة توجد في نظام قسري ، فسر ذلك ؟

5 - نرسم للفرق الزمني بين منحنيي التوتر  $u(t)$  و  $i(t)$  بالحرف  $\tau$ .

5 - 1 بين أن تعبير الطور  $\phi$  للتوتر  $u(t)$  بالنسبة لشدة التيار

$$i(t) \text{ يكتب كالتالي : } \phi = 2\pi \frac{\tau}{T}$$

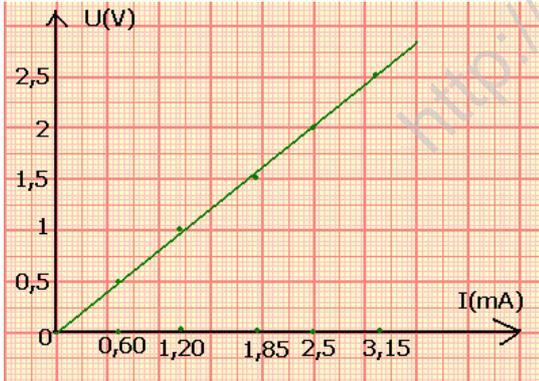
حيث  $T$  هو دور كل من المقدارين الجيبين  $u(t)$  و  $i(t)$ .

5 - 2 تحقق تجريبيا من أن المقادير : معامل التحريض

الذاتي  $L$  للوشية وسعة المكثف  $C$  ، والتردد  $N$  للمولد GBF تؤثر في الفرق الزمني  $\tau$  .  
2 - مفهوم الممانعة .

**تجربة :** في التركيب الكهربائي السابق نحتفظ بالتردد ثابتا ونغير التوتر الفعال  $U$  بدلالة الشدة الفعالة  $I$  فنحصل على الجدول التالي :

U(V)	0	0,5	1	1,5	2	2,5
I(mA)	0	0,60	1,20	1,85	2,50	3,15



نستنتج من خلال الجدول أن  $U$  و  $I$  يتناسبان اطرادا .

$$U = ZI$$

تسمى الثابتة  $Z$  بممانعة الدارة ويعبر عنها في النظام

العالمي للوحدات بالأوم  $\Omega$

### تأثير التردد على الدارة RLC

نغير التردد في التجربة السابقة  $N' = 500\text{Hz}$  ماذا نلاحظ ؟

عندما نغير التردد نلاحظ أن الطور يتغير وكذلك الممانعة  $Z$  .

### 2 - الدراسة النظرية لدارة (R,L,C) في النظام

الجسبي والقسري .

#### 2 - 1 - المعادلة التفاضلية للدارة :

نختار أصل التواريخ حيث يكون تعبير الشدة اللحظية كالتالي :  $i(t) = I_m \cos \omega t$  و

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u)$$

$\phi$  طور التوتر بالنسبة للشدة  $i$  .

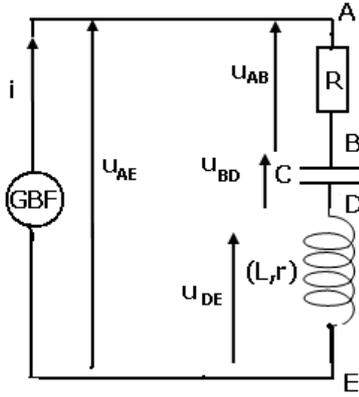
نطبق قانون إضافية التوترات :  $u = u_{AE} = u_{AB} + u_{BD} + u_{DE}$

بتطبيق قانون أوم :

\* على الموصل الأومي :

$$u_{AB} = Ri$$

\* بالنسبة للوشية مقامتها الداخلية مهمة ومعامل تحريضها  $L$  :



$$u_{DE} = L \frac{di}{dt}$$

\* بالنسبة للمكثف سعته C :

و بما أن  $i = \frac{dq}{dt}$  فإن دالة أصلية لشدة التيار  $i$  التي تعدم

عند  $t=0$  :

$$q(t) = \int_0^t i dt \Leftrightarrow u_{DE} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

نستنتج المعادلة التفاضلية للدارة (R,L,C) :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

و  $i$  عندهما نفس التردد  $N$  وبما أن  $\omega = 2\pi N$  فإن  $u$  و  $i$  لهما نفس النبض .

$$i = I_m \cos \omega t$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{di}{dt} = I_m \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = -\omega I_m \sin \omega t$$

$$\int_0^t i dt = I_m \int_0^t \cos \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t$$

في المعادلة التفاضلية المحصل عليها سابقا :

$$u = RI_m \cos \omega t + L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

2 - 2 حل المعادلة التفاضلية - إنشاء فرينل

**أ - تمثيل فرينل لمقدار جيبي**

نعتبر المقدار الجيبي التالي :  $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$

نقرن المتجهة  $\vec{U}$  بالدالة  $x(t)$  بحيث في معلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  عندنا  $\|\vec{U}\| = a$  و  $(\vec{i}, \vec{U}) = \omega t + \varphi$

المتجهة تدور حول النقطة O بسرعة زاوية  $\omega$ . عند إسقاط  $\vec{U}$  على Ox :  $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$

نلاحظ أن المقدار الجيبي  $x$  يطابق القياس الجبري لإسقاط المتجهة  $\vec{U}$  على المحور Ox .

إذن يمكن إقران كل مقدار جيبي أو دالة جيبية  $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$  بمتجهة تدور بسرعة زاوية  $\omega$  .

كما أن العكس صحيح كذلك : يمكن أن نقرن كل متجهة دوارة بمقدار جيبي نبضه مساو للسرعة الزاوية

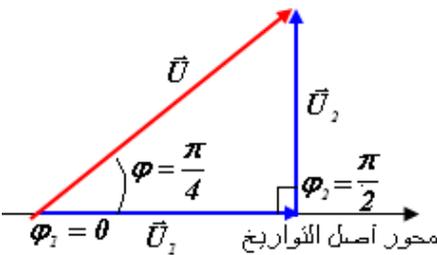
للدوران . المتجهة المقرونة بالدالة الجيبية تسمى بمتجهة فرينل .

**ب - مجموع دالتين جيبتين لهما نفس النبض .**

نعتبر الدالتين الجيبيتين التاليتين :  $x_1(t) = a_1 \cos \omega t$  و

$$x_2(t) = a_2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

أوجد المجموع  $x = x_1 + x_2$  باستعمال متجهة فرينل .



نقرن  $x_1$  بمتجهة  $\vec{U}_1$  بحيث أن  $\|\vec{U}_1\| = a_1$  و طورها عند اللحظة  $t=0$

هو  $\varphi_1 = 0$

ونقرن  $x_2$  بمتجهة  $\vec{U}_2$  بحيث أن  $\|\vec{U}_2\| = a_2$  و طورها في اللحظة  $t=0$  هو  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$$

المتجهة  $\vec{U}$  منظمها  $a\sqrt{2}$

وطورها عند اللحظة  $t=0$  هو  $\varphi = \frac{\pi}{4}$

لأن  $\tan \varphi = 1$

إذن  $x(t) = a\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$

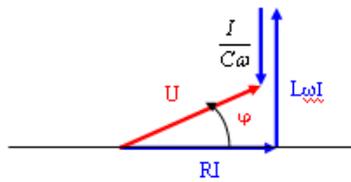
ج - إنشاء فريزل للحصول على مجموع الدالات الثلاث .

اعتمادا على الإنشاء الهندسي والعلاقات في المثلث قائم الزاوية يمكن الحصول على :

$$U_m = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} I_m \quad \text{من هنا نستنتج الممانعة } Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} \quad \text{أي أن}$$

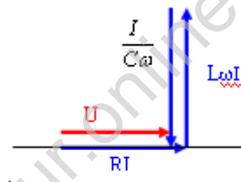
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{RI_m}{U_m} = \frac{R}{Z} \quad \text{أو كذلك} \quad \text{نحسب } \varphi \quad \text{الطور} \quad \text{نحسب } \tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$



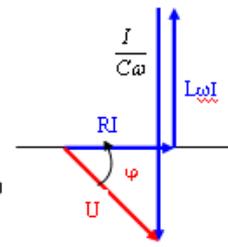
$\varphi > 0$  موجبة نقول أن التوتر  $u$  متقدم في الطور على الشدة  $i$  في هذه الحالة يكون التأثير التحريضي متوقفا على التأثير الكثافي

$$L\omega > \frac{1}{C\omega}$$



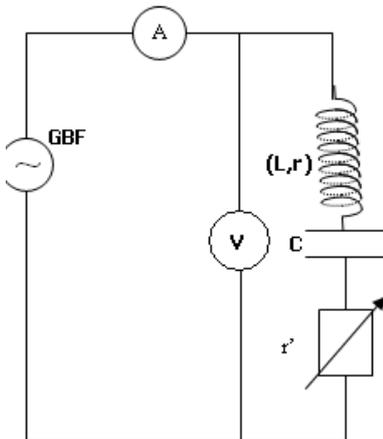
$\varphi = 0$  التوتر  $u$  متوافق في الطور مع الشدة  $i$  في هذه الحالة تكون ظاهرة الرنين

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$



$\varphi < 0$  سالبة  $\varphi$  نتأخر في الطور على الشدة  $i$  وفي هذه الحالة تكون التأثير الكثافي متوقفا على التأثير التحريضي

$$L\omega < \frac{1}{C\omega}$$



### III - ظاهرة الرنين الكهربائي .

#### 1 - الدراسة التجريبية :

نجز التركيب التجريبي الممثل جانبه حيث يعطي مولد التوتر المنخفض GBF توترا متناوبا قيمته الفعالة  $U$  وتردده  $N$  قابلان للضبط .

- الوشيعية معامل تحريضها الذاتي  $L=0,95H$  ومقاومتها  $r$  صغيرة .

- مكثف سعته  $C=0,5\mu F$

- نثبت التوتر الفعال  $U$  على القيمة  $U=2V$  والمقاومة الكلية  $R=r+r'$  على القيمة  $R_1=40\Omega$  .

- نغير التردد  $N$  للمولد وفي كل مرة نقيس الشدة الفعالة  $I$  للتيار .

- نضبط المقاومة الكلية  $R$  للدارة على القيمة  $R_2=100\Omega$  وذلك بتغيير

المقاومة  $r'$  للموصل الأومي ، ونعيد التجربة السابقة .

ندون النتائج في الجدول التالي :

نغير المقاومة  $R$  للدارة بتغيير المقاومة  $r'$  للموصل الأومي ، فنحصل على النتائج التالية :

N(Hz)	100	120	130	140	150	155	158	160	161	166	170	180	200
$R_1=40\Omega, I(\text{mA})$	2	3,12	4,37	6,25	11,25	16,6	22,5	25	25,75	23,12	16	9,37	53,7
$R_2=100\Omega, I(\text{mA})$	2	3,75	4,37	6,25	10	12,5	14,5	14,75	14,87	14,5	12,5	8,25	4,75

استثمار النتائج :

- 1 - مثل في نفس المعلم ، المنحنيين I بدلالة N بالنسبة للمقاومتين الكليتين  $R_1$  و  $R_2$  للدائرة .
- 2 - يطلق اسم الرنان على المتذبذب RLC واسم المثير على مولد التردد المنخفض GBF .
- عندما يأخذ التردد N للمثير قيمة مساوية للتردد الخاص  $N_0$  للرنان ، تصبح الشدة الفعالة للتيار المار في الدائرة قصوى ، نقول في هذه الحالة إن الدائرة RLC التوافقية في حالة رنين .
- 2 - 1 حدد بالنسبة لكل منحني :
- التردد  $N_0$  عند الرنين .
- الشدة الفعالة  $I_0$  عند الرنين .
- 2 - 2 أحسب  $Z_1$  ممانعة الدائرة عند الرنين ، ثم قارنها بالمقاومة الكلية  $R_1$  للدائرة .
- كيف تتصرف الدائرة RLC عند الرنين ؟
- 3 - المنطقة الممررة ذات - 3dB - 3débibel لدائرة RLC متوالية هي مجال الترددات  $[N_1, N_2]$  للمولد حيث تحقق الشدة الفعالة I للتيار العلاقة :  $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$  .
- 3 - 1 عين كلا من  $N_1$  و  $N_2$  بالنسبة للمنحني الموافق ل  $R_1$  .

3 - 2 أحسب العرض  $\Delta N = N_2 - N_1$  للمنطقة الممررة ثم قارنه مع القيمة النظرية  $\Delta N = \frac{R_1}{2\pi L}$  ، ماذا تستنتج ؟

3 - 3 ما تأثير المقاومة الكلية للدائرة على عرض المنطقة الممررة ؟

4 - ضبط تردد المثير على القيمة  $N_0$  .

4 - 1 كيف يجب ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوترين  $u(t)$  و  $u_R(t)$  ؟

4 - 2 هل التوتران  $u(t)$  و  $u_R(t)$  على توافق في الطور ؟ علل إجابتك .

## 2 - دراسة منحنيات رنين الشدة

### أ - قيمة تردد الرنين

حسب المنحنيات نلاحظ:

- أنها تتوفر على قيمة قصوية توافق نفس القيمة والتي تساوي  $N=160\text{Hz}$  بالنسبة للدائرة كيفما كانت R .

- حساب التردد الخاص  $N_0$  للدائرة :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$N_0 \cong 604\text{Hz}$$

نستنتج أن  $N=N_0$  نقول أن هناك رنيناً.

**تحدث ظاهرة الرنين عندما يكون التردد N للتوتر المطبق مساوياً للتردد الخاص  $N_0$  للدائرة  $N=N_0$**

### ب - دور مقاومة الكلية للدائرة

يلاحظ من خلال المنحنيات الاستجابة :

مهما كانت المقاومة R للدائرة صغيرة تكون شدة التيار الفعالة القصوية عند الرنين كبيرة ويكون الرنين حاداً .

عندما تكون R كبيرة يزول الرنين ، نقول أن الرنين أصبح ضبابياً .

### 3 - الدراسة النظرية لظاهرة الرنين :

#### 1 - قيم المقادير المميزة

##### أ - التردد عند الرنين

$$\omega = 2\pi N \quad I = f(N)$$

$$I = f(\omega)$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{أي تكون قصوية عندما تكون الممانعة } Z \text{ دنوية أي}$$

$$LC\omega^2 = 1$$

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

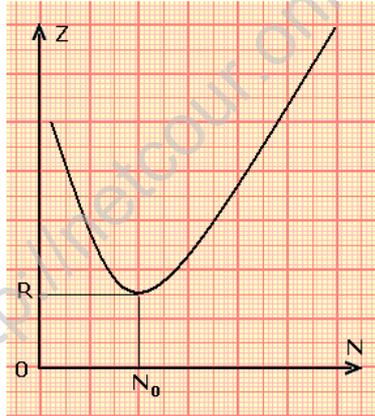
$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

I قصوية بالنسبة  $N=N_0$  وهذا يتطابق مع النتائج التجريبية.

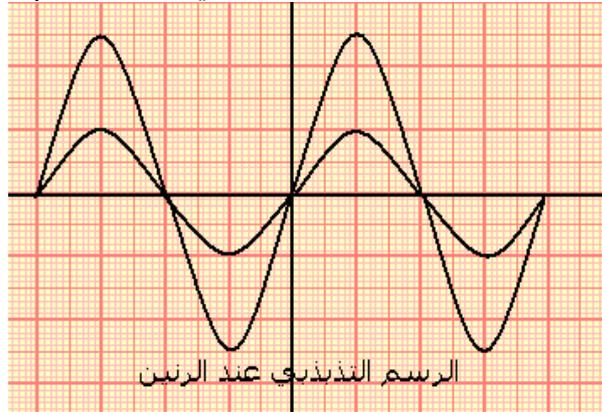
**ب - ممانعة الدارة عند الرنين**

عند الرنين  $L\omega = \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow Z = R$  أي تكون ممانعة الدارة دنوية وتساوي المقاومة الكلية للدارة .

وتكون القيمة القصوية  $I_0$  للشدة الفعالة I :  $I_0 = \frac{U}{R} \Leftrightarrow I = \frac{U}{Z} \Leftrightarrow Z = R$



**ج - عند الرنين تكون  $i(t)$  و  $u(t)$  على توافق في الطور:  $\phi=0$**



**2 - المنطقة الممررة. " ذات 3db "**

\* **تعريف:** المنطقة الممررة . " ذات 3db " لدائرة (R,L,C) في مجال الترددات  $[N_1, N_2]$  للمولد حيث تكون

الاستجابة I أكبر أو على الأقل تساوي  $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$  ( $I_0$  تمثل الشدة الفعالة للتيار عند الرنين )

$\Delta N = N_2 - N_1$  عرض المنطقة الممررة

- تحديد المنطقة الممررة:

لنبحث عن القيمتين  $\omega_1$  و  $\omega_2$  اللتين تحددان المنطقة الممررة ،

حيث تكون الاستجابة  $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$  ويكون عرضها

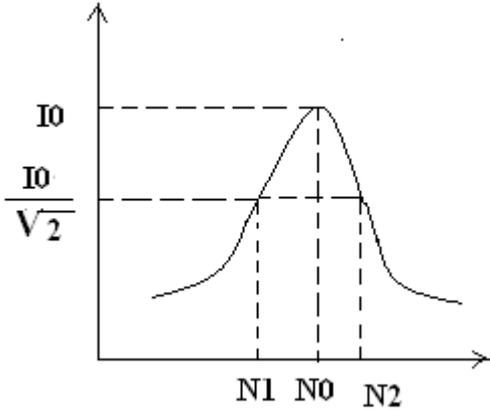
$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 \text{ و } \Delta N = N_2 - N_1$$

$$\Delta N = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi}$$

$$2\pi \Delta N = \Delta \omega$$

يعبر عن عرض المنطقة الممررة بالراديان على الثانية rad/s أو بالهرتز .

حساب عرض المنطقة الممررة:



$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$I_0 = \frac{U}{R} \text{ قيمتها عند الرنين}$$

نبحث عن قيمتين  $\omega_1$  و  $\omega_2$  اللتين تحددان المنطقة الممررة أي المجال الذي تتحقق فيه

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow I = \frac{U}{R} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{U}{R}$$

$$\frac{U}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \frac{1}{2R} \Leftrightarrow 2R^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R$$

$$LC\omega_1^2 - 1 = -RC\omega_1 \text{ و } LC\omega_2^2 - 1 = +RC\omega_2$$

$$LC(\omega_2^2 - \omega_1^2) = RC(\omega_2 + \omega_1)$$

$$LC(\omega_2 - \omega_1) = RC \Leftrightarrow \Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L}$$

- عرض المنطقة الممررة لا يتعلق إلا ب R و L ويتناسب اطرادا مع R .
- في الحالة التي تكون فيها R صغيرة جدا يكون الرنين حادا أي أن  $\Delta N$  كذلك صغيرة .

### 3 - معامل الجودة

يعرف معامل الجودة بالعلاقة التالية :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

$$\Delta \omega = \frac{L}{R} \Leftrightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

Q معامل الجودة يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة نعب عنه بدون وحدة و تميز حدة الرنين .  
 ، كلما كان الرنين حادا كلما كانت قيمة Q كبيرة .  
 كلما كانت Q صغيرة كلما كانت الدارة مخمدة .

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{أي} \quad L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

إنشاء فرينل عند الرنين

نسمي معامل الجودة كذلك **معامل فرط التوتر** .

تعبيري التوتر بين مربطي المكثف والوشية عند الرنين :

$$U_L = L\omega_0 I_0 \text{ و } U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U_C = U_L \Leftrightarrow L\omega_0 I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U = R \cdot I_0$$

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{U}{RC\omega_0} = Q \cdot U$$

$$U_L = L\omega_0 I_0 = \frac{L\omega_0 U}{R} = Q \cdot U$$

$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{Q_L}{U}$$

يلاحظ أنه عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة . وهذا يعني أن  $U_C > U$  و  $U_L > U$  مما يدل على أنه عند الرنين يظهر فرط التوتر . وهي ظاهرة تشكل بعض المخاطر قد تؤدي إلى إتلاف عناصر الدارة .

## VI - القدرة في النظام المتناوب الجيبي .

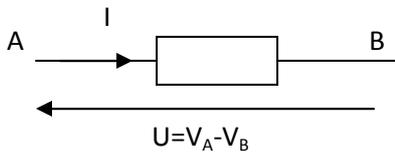
### 1 - القدرة اللحظية

#### حالة التيار المستمر

خلال المدة  $\Delta t$  تكون الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب X هي :  $W = U I \Delta t$

والقدرة الكهربائية  $P = UI$

في النظام المتناوب الجيبي



$$i = I\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

في هذه الحالة تكون القدرة اللحظية  $p = ui$

$$p = 2UI \cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} (\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi)$$

$$p = UI [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi]$$

هذه القدرة لا تمكن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب فهي تبين فقط في لحظة معينة ما إذا كان ثنائي القطب يكتسب طاقة  $p > 0$  أو يفقدها  $p < 0$  لذا فمن الضروري تعريف القدرة المتوسطة .

## 2 \_ القدرة المتوسطة

الطاقة الكهربائية المكتسبة من طرف ثنائي القطب خلال الدور T :

$$p = \frac{dE}{dt}$$

$$p = 2UI[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi]$$

$$E = UI \int_0^T [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi] dt = UI \cos \varphi \int_0^T dt + UI \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt$$

$$E = UIT \cos \varphi + 0 = UIT \cos \varphi$$

$$P = \frac{E}{T} \Leftrightarrow P = UI \cos \varphi$$

Cosφ معامل القدرة

القدرة الظاهرية

$$S = UI$$

$$P = UI \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

معامل القدرة

$$U = ZI$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$P = UI \cos \varphi = ZI^2 \frac{R}{Z}$$

$$P = RI^2$$

في الدارة RLC المتوالية لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R بمفعول جول وتساوي هذه القدرة  $P=RI^2$

### ملحوظة : أهمية معامل القدرة

عند استهلاك طاقة كهربائية من طرف مستهلك فإن المؤسسة الموزعة تضمن للمستهلك توترا U ثابتا أي أن هذا الاستهلاك يقابله مرور تيار كهربائي  $i(t)$  في خطوط الشبكة الموصلة وتقدمه أو تأخره في الطور φ يتعلق بنوع الأجهزة الكهربائية المستعملة .

من العلاقة  $P = UI \cos \varphi$  نستخرج  $I \cos \varphi = \frac{P}{U}$  بالنسبة لقدرة P محددة يكون  $I \cos \varphi$  محدد كذلك

وبالتالي I يكبر كلما صغر معامل القدرة  $\cos \varphi$  . وبما أن مفعول جول في خطوط الشبكة يتناسب اطرادا مع  $I^2$  فهذا يمثل ضياعا للطاقة على حساب المؤسسة الموزعة لذا فإن هذه الأخيرة تحدد معامل القدرة وتفرضه على المستهلك وهو عموما لا يقل عن 0.8